

2009 年上海市 T I 杯高二年级数学竞赛

团体赛试题

(2009 年 5 月 23 日下午 3:30~4:00)

解答本试卷必须写出解题的必要步骤或计算器的算法.

一、(本题满分 20 分)

(1) 在一次物体的平抛实验中, 测得数据如下:

x	0	x_1	x_2	x_3	x_4
y	0	y_1	y_2	y_3	y_4

假定物体的轨道方程是 $y = ax^2$, 求实数 a 的值, 使得每个测点

$P_i(x_i, y_i) (i=1,2,3,4)$ 到所求的轨道曲线上的点 $A_i(x_i, ax_i^2)$ 的距离平方和

$$\sum_{i=1}^4 P_i A_i^2 \text{ 最小.}$$

(2) 在 (1) 的要求下, 对下面的数据, 求轨道曲线 $y = ax^2$ 的方程

(系数 a 要求精确到 0.01).

x	0	1	2	3	4
y	0	-2.60	-9.90	-22.60	-39.80

【解】

准考证号

性别

年级

姓名

学校

线

订

装

二、(本题满分 20 分)

对正整数 n , 设 $t_n = \frac{n(n+1)}{2}$, 把 $t_1 = 1, t_2 = 3, t_3 = 6,$

$t_4 = 10, t_5 = 15, \dots$ 的末位数连写起来可以构成一个无限循环小数:

0. 13605 \dots ,

求此循环小数的循环节的 length.

【解】

学校 _____ 姓名 _____ 年级 _____ 性别 _____ 准考证号 _____

装 订 线

三、(本题满分 20 分) 对正整数 n , 记 $f(n)$ 为数 $3n^2 + n + 1$ 的十进制表示的数码和, 例如 $f(3)$ 是 $3 \cdot 3^2 + 3 + 1 = 31$ 的数码和, 即 $f(3) = 4$.

(1) 证明: 对任意正整数 n , $f(n) \neq 1$, 且 $f(n) \neq 2$;

(2) 试找出一个正整数 n , 使得 $f(n) = 3$.

学校 _____ 姓名 _____ 年级 _____ 性别 _____ 准考证号 _____
装 订 线